

# Κεφάλαιο 1

## Οι Μελανές Οπές ως φυσικό αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης αστέρων

### 1.1 Η Μελανή Οπή ως μη σχετικιστική έννοια

Η Μελανή Οπή ως ιδέα δεν είναι αποκλειστικά σχετικιστική. Όπως έχει αναφερθεί και στην εισαγωγή, πριν από δύο αιώνες, ο *Laplace*, στηριζόμενος στην κλασική ουράνια μηχανική είχε προτείνει την ύπαρξη αντικειμένων των οποίων το έντονο βαρυτικό πεδίο δεν επιτρέπει τη διαφυγή απ' αυτά, όχι μόνο υλικών σωματιδίων, αλλά ούτε καν φωτεινών ακτίνων. Έστω λοιπόν ότι φωτόνια ταχύτητας  $v = c$  κινούνται στο βαρυτικό πεδίο ενός σώματος μάζας  $M$ . Τότε η ολική ενέργεια  $\bar{h}$ , ανά μονάδα ανηγμένης μάζας, της τροχιακής κινήσεώς του, σε απόσταση  $r$  από το κεντρικό σώμα προκύπτει από την αρχή διατηρήσεως της ενέργειας:

$$E_{ολ} = E_{κιν} + E_{βαρ} = \frac{1}{2}mc^2 - \frac{GMm}{r}$$

επομένως η ολική ενέργεια ανά μονάδα ανηγμένης μάζας είναι:<sup>[33]</sup>

$$\bar{h} = \frac{E_{o\lambda}}{m}$$

και λόγω της προηγούμενης σχέσεως είναι:

$$\bar{h} = \frac{1}{2}c^2 - \frac{GM}{r}$$

Επομένως η υποτιθέμενη τροχιά των φωτονίων στη θέση αυτή θα είναι κλειστή (δηλαδή το φωτόνιο θα καταλήξει να «πέσει» πάνω στη βαρυτική πηγή) αν  $\bar{h} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}c^2 - \frac{GM}{r} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}c^2 < \frac{GM}{r} \Leftrightarrow r < \frac{2GM}{c^2}$

Αντίθετα η τροχιά των φωτονίων θα είναι ανοικτή (δηλαδή το φωτόνιο θα «διαφύγει» από το βαρυτικό πεδίο) αν  $\bar{h} > 0 \Leftrightarrow r > \frac{2GM}{c^2}$

Όπου

$$R_s \equiv \frac{2GM}{c^2}$$

είναι, όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο, η ακτίνα *Schwarzschild*. Τα φωτόνια λοιπόν, θα παραμείνουν δέσμια του βαρυτικού πεδίου (κλειστή τροχιά), εφόσον η εκτόξευσή τους γίνει από απόσταση  $r < R_s$ . Η μέγιστη απόσταση  $r_{max}$  από τη μάζα  $M$ , στην οποία θα μπορούσαν να φθάσουν τα φωτόνια (όταν η ταχύτητά τους «μηδενιστεί», δηλαδή όταν  $\bar{h} = -\frac{GM}{r_{max}}$ ), σύμφωνα με την αρχή διατηρήσεως της τροχιακής ενέργειας,  $\bar{h}$ , είναι:<sup>[33]</sup>

$$\bar{h}_{max} = \bar{h} - \bar{h}_s \Leftrightarrow \frac{-GM}{r_{max}} = \frac{-GM}{r} - \frac{-GM}{R_s}$$

και ισοδύναμα

$$\frac{1}{r_{max}} = \frac{1}{r} - \frac{1}{R_s} \text{ όπου } r < R_s$$

κανοντας τις πράξεις στην τελευταία σχέση βρίσκουμε ότι:

$$r_{max} = \frac{R_s \cdot r}{R_s - r} = \frac{\frac{2GM}{c^2} \cdot r}{\frac{2GM}{c^2} - r} = \frac{2GM \cdot r}{2GM - rc^2}$$

έτσι, τα φωτόνια θα είναι αόρατα από παρατηρητές σε απόσταση  $r > r_{max}$ , διότι πέρα από αυτή την απόσταση η ταχύτητά τους μηδενίζεται. Παίρνοντας τα όρια της τιμής  $r_{max}$  για  $r \rightarrow 0$  και  $r \rightarrow \infty$  έχουμε:

$$\lim_{r \rightarrow 0} r_{max} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{R_s \cdot r}{R_s - r} = 0 \quad \text{και} \quad \lim_{r \rightarrow R_s} r_{max} = \lim_{r \rightarrow R_s} \frac{R_s \cdot r}{R_s - r} = \infty$$

Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση  $r_{max}$  ελαττώνεται συνεχώς, καθώς η απόσταση εκτόξευσης των φωτονίων τείνει προς την οριακή τιμή  $r = 0$ . Η  $r_{max}$  μηδενίζεται όταν  $r = 0$  και τότε τα φωτόνια γίνονται **αόρατα** σε όλους τους παρατηρητές.

Αντίθετα, όταν η εκτόξευση των φωτονίων γίνεται από σημείο το οποίο τείνει προς την οριακή τιμή  $R_s$  (δηλαδή όταν  $r \rightarrow R_s$ ), τότε η απόσταση στην οποία αυτά φθάνουν, τείνει στο άπειρο και είναι **ορατά** σε όλους τους παρατηρητές, όσο μακριά κι αν αυτοί βρίσκονται.

Η παραπάνω ανάλυση της κινήσεως των φωτονίων εντός του πεδίου βαρύτητας ενός σώματος μάζας  $M$  είναι αυθαίρετη και προφανώς διαφέρει από την αντίστοιχη ακριβή σχετικιστική περιγραφή, η οποία ακολουθεί στο κεφάλαιο 3. Είναι όμως χρήσιμη, διότι δείχνει ότι, αν η εκτόξευση των φωτονίων γίνεται από την ελεύθερη επιφάνεια ενός αστέρα ακτίνας  $R$ , τότε η διαφυγή τους θα είναι δυνατή μόνον εφόσον  $R > R_s$ . Αν τώρα, η λόγω της βαρυτικής κατάρρευσης συνεχώς ελαττούμενη ακτίνα ενός αστέρα γίνει μικρότερη της οριακής τιμής  $R = R_s$ , τότε η κατάρρευση του αστέρα δεν είναι δυνατόν να αναχαιτιστεί και σε ελάχιστο χρονικό διάστημα ο αστέρας γίνεται μια **Μελανή Οπή** και επομένως αόρατος για κάθε παρατηρητή.

## 1.2 Αρχές Αστρικής Εξέλιξης

Θα εξετάσουμε τώρα συνοπτικά τις βασικές αρχές της σύγχρονης θεωρίας αστρικής εξέλιξης, της οποίας έσχατο αντικείμενο είναι η μελανή οπή, ως αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης ενός αστέρα μεγάλης μάζας.

Γνωρίζουμε σήμερα ότι οι αστέρες δημιουργούνται από τα μεσοαστρικά νέφη αερίων και σκόνης, όταν αυτά αρχίζουν και συστέλλονται υπό την επίδραση του ίδιου του βαρυτικού τους πεδίου.<sup>6</sup> Λόγω της συνεχούς βαρυτικής συστολής του, το εσωτερικό του νέφους προοδευτικά θερμαίνεται. Όταν η θερμοκρασία φθάσει στα  $10^7 K$ , τότε ξεκινούν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως του στοιχείου υδρογόνου (H) και η δημιουργία ενός αστέρα είναι γεγονός.<sup>7</sup> [7],[18],[28],[31]

Σε αστέρες όπως ο Ήλιος οι θερμοπυρηνικές αυτές αντιδράσεις αποτελούν την κύρια πηγή παραγωγής ενέργειας, την οποία ο αστέρας ακτινοβολεί στο διάστημα. Η παραγόμενη ενέργεια δημιουργεί στο εσωτερικό του αστέρα θερμική πίεση, η οποία συγκρατεί τη βαρύτητα των υπερκείμενων στρωμάτων. Αποκαθίσταται έτσι η θερμική ισορροπία του αστέρα, η οποία τον κρατά «ζωντανό» για περίπου 10 δισεκατομμύρια έτη. Στην γλώσσα της αστροφυσικής λέγεται ότι ο αστέρας βρίσκεται στην Κύρια Ακολουθία στο διάγραμμα *Hertzprung – Russell*.<sup>8</sup>

<sup>6</sup> Αυτό μπορεί να συμβεί αν τυχαία αυξημένη συγκέντρωση μορίων αερίου και σκόνης σε κάποια περιοχή του νέφους αποτελέσει ικανό πύκνωμα το οποίο να αρχίσει να έλκει γειτονικά μόρια, ώστε να γίνει ο πυρήνας του πρωταστέρα.

<sup>7</sup> Η θερμοπυρηνική αντίδραση για τη σύντηξη του H με θερμοκρασία «ανάφλεξης»  $T = 10^7 K$  είναι:  $4^1_1H \rightarrow ^4_2H + 2e^+ + 2\nu_e + \text{ενεργεια}$ .

<sup>8</sup> Ο Δανός αστρονόμος **Ejnar Hertzsprung** και ο Αμερικανός **Henry Norris Russell**, είχαν σχεδόν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα την ιδέα να τοποθετήσουν τους αστέρες με γνωστά φάσματα σε ένα διδιάστατο διάγραμμα με τετμημένη τον φασματικό τύπο  $S_p$  και τεταγμένη το απόλυτο φωτογραφικό μέγεθος  $M_{pg}$ . Διαπίστωσαν έτσι ότι τα σημεία που αντιστοιχούσαν στους αστέρες δεν παρουσιάζονταν διασκορπισμένα τυχαία στο διάγραμμα αυτό, αλλά βρίσκονταν συγκεντρωμένα σε ορισμένες περιοχές του, σχηματίζοντας στενές ζώνες. Οι περισσότεροι αστέρες μάλιστα βρίσκονταν συγκεντρωμένοι σε μια ζώνη που διατρέχει το διάγραμμα διαγώνια, Η ζώνη αυτή ονομάζεται σήμερα «**Κύρια Ακολουθία**». Στην κύρια ακολουθία ο αστέρας περνά το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του, μιας και εισέρχε-

[18],[28],[31],[32]

Στη φάση αυτή το εσωτερικό του αστέρα είναι ένα πλήρες ιονισμένο τέλειο αέριο, του οποίου οι θερμοδυναμικές ιδιότητες περιγράφονται από τη στατιστική *Maxwell – Boltzmann*. [4],[15],[33]

(βλέπε Παράρτημα Θ)

Η ισορροπία ενός κανονικού αστέρα διαρκεί όσο διαρκούν στον πυρήνα του οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Αυτές παράγουν ενέργεια η οποία καταναλώνεται (ακτινοβολείται) με τη μορφή θερμότητας από την επιφάνεια και εξισορροπεί τις βαρυτικές δυνάμεις των υπερκείμενων φλοιών του αστέρα. Αυτές είναι υπεύθυνες για την θερμική ισορροπία του. Τα πυρηνικά όμως αποθέματα του αστέρα είναι περιορισμένα και επομένως είναι καταδικασμένα να εξαντληθούν. Μετά την εξάντλησή τους δεν παράγεται ενέργεια και συνεπώς ούτε θερμική πίεση, η οποία μέχρι τώρα συγκρατούσε το βάρος των υπερκείμενων φλοιών. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την βαρυτική κατάρρευση των ανωτέρων στρωμάτων του αστέρα προς το εσωτερικό.<sup>9</sup> Ο αστέρας θα καταλήξει (ανάλογα με τη μάζα του) στο στάδιο του Λευκού Νάνου (*white dwarf*) ή του Αστέρα Νετρονίων (*neutron star*). [1],[18],[28],[32]

Οι ιδιότητες του εσωτερικού των λευκών νάνων και των αστέρων νε-

---

ται σ' αυτήν από τη στιγμή που ξεκινούν στο εσωτερικό του οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως εξέρχεται δε απ' αυτήν, όταν, εξαντλώντας τα καύσιμά του, αρχίσει να καταρρέει υπό την πίεση της βαρύτητας.

<sup>9</sup>Αυτό που στην πραγματικότητα συμβαίνει είναι πολύ πιο σύνθετο. Η συνεχής συμπίεση (ανάλογα με τη μάζα του αστέρα) συνεπάγεται την συνεχή αύξηση της θερμοκρασίας του πυρήνα. Πράγματι, όταν η βαρύτητα πιέζει τον αστέρα, ελαττώνεται ο όγκος του. Αυξανομένης της πίεσης και ελαττούμενου του όγκου του ο αστέρας αυξάνει τη θερμοκρασία στο εσωτερικό του σύμφωνα με τη γνωστή για τα αέρια εξίσωση  $PV = nRT$ . Όταν η θερμοκρασία φθάσει στα  $10^8 K$ , τότε ξεκινούν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως του *He*. Το *He* ως στοιχείο υπάρχει σε ποσοστό περίπου 25% στον πυρήνα ενός μέσου αστέρα, όπως ο Ήλιος, αλλά αυτό το ποσοστό αυξάνεται αφού *He* παράγεται επίσης κατά τη σύντηξη του *H*, όπως αναφέρεται στην υποσημείωση 7. Έτσι στο σημείο αυτό η περιεκτικότητα του πυρήνα σε *He* είναι ικανή ώστε, στη θερμοκρασία «ανάφλεξης»  $T = 10^8 K$ , παίρνουμε τη θερμοπυρηνική αντίδραση συντήξεως *He*:  ${}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + 100\text{KeV} \rightarrow {}^8_4\text{Be}$ . Αυτή η διαδικασία θα συνεχιστεί και (ανάλογα με τη μάζα του αστέρα) θα ακολουθήσουν αντιδράσεις συντήξεως και άλλων στοιχείων, όπως *Be*, *O*, ώσπου οι περαιτέρω αντιδράσεις συντήξεως να μην είναι επιτρεπτές. [1],[7],[18],[31],[32]

τρονίων περιγράφονται από τη στατιστική *Fermi – Dirac* για την εκφυλισμένη ύλη.<sup>[4],[15]</sup> (βλέπε Παράρτημα Θ)

Η ισορροπία των αστερών αυτών<sup>10</sup> οφείλεται στην εξουδετέρωση του βάρους των υπερκείμενων στρωμάτων από την πίεση της εκφυλισμένης ύλης.<sup>11</sup>

Αντίθετα με ό,τι συμβαίνει στους κανονικούς αστέρες, η ακτίνα ενός συμπαγούς αστέρα ελαττώνεται, όσο μεγαλώνει η μάζα του, ενώ θα περίμενε κανείς το αντίθετο. Αυτό συμβαίνει, διότι, όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του αστέρα, τόσο μεγαλύτερη είναι η βαρυτική πίεση που τα υπερκείμενα στρώματά του ασχούν στο εσωτερικό, με αποτέλεσμα να τον συρρικνώνουν περισσότερο. (ελάττωση της ακτίνας)

Το γεγονός αυτό οδήγησε στον ορισμό μιας ανώτερης δυνατής τιμής για τη μάζα των συμπαγών αστερών.

Στην περίπτωση των Λευκών Νάνων η οριακή αυτή τιμή μάζας ονομάζεται «**όριο Chandrasekhar**» ( $M_{Ch}$ )<sup>12</sup> και είναι  $M_{Ch} \approx 1,4M_{\odot}$ .<sup>[1],[32]</sup> Εδώ πρέπει να τονισθεί ότι, το «όριο Chandrasekhar» δε σημαίνει ότι η βαρυτική κατάρρευση ενός αστέρα μάζας μέχρι  $M_{Ch} \approx 1,4M_{\odot}$  θα

<sup>10</sup> Οι Λευκοί Νάνοι και οι Αστέρες Νετρονίων ονομάζονται και **συμπαγείς αστέρες** λόγω των υψηλών πυκνοτήτων τους.

<sup>11</sup> Η πίεση της εκφυλισμένης ύλης είναι ένα χβαντομηχανικό φαινόμενο, το οποίο εκδηλώνεται όταν η ύλη βρίσκεται υπό εξαιρετικά υψηλή πίεση, η οποία υπερνικά τις δυνάμεις που συγκρατούν τα υποατομικά σωματίδια (ηλεκτρόνια, νετρόνια) καθιστώντας τα **εκφυλισμένα** (ελεύθερα). Ειδικότερα στο εσωτερικό των Λευκών Νάνων η πίεση της εκφυλισμένης ύλης, που αποκαθιστά την ισορροπία στον αστέρα, προέρχεται από τα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Η βαρυτική κατάρρευση των υπερκείμενων στρωμάτων και η αύξηση της πίεσεως τους «**υπερρικά**» τις δυνάμεις που συγκρατούν τα ηλεκτρόνια στις τροχιές τους μέσα στο άτομο, καθιστώντας τα **ελεύθερα**. Αυτά με τη σειρά τους δημιουργούν την πίεση χβαντομηχανικής προελεύσεως που ευθύνεται για την τελική ισορροπία του Λευκού Νάνου. Ανάλογος είναι και ο μηχανισμός στους Αστέρες Νετρονίων. Εδώ η πίεση είναι πολλαπλασιάζως μεγαλύτερη και υπερνικά ακόμη και τις δυνάμεις που συγκρατούν τα νετρόνια στον πυρήνα. Έτσι η πίεση που αποκαθιστά την τελική ισορροπία του Αστέρα Νετρονίων οφείλεται στο αέριο νέφος των εκφυλισμένων νετρονίων.

<sup>12</sup> Προς τιμήν του ινδού φυσικού Subrahmanyan Chandrasekhar που απέδειξε ότι Λευκοί Νάνοι δυνανται να ισορροπούν όταν η μάζα τους φθάνει μέχρι την τιμή

$$M_{Ch} = 0,06 \left( \frac{Z}{A} \right)^2 \left( \frac{hc}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{m_p^2} \approx 1,4M_{\odot}$$

δημιουργήσει έναν λευκό νάνο. Η σημασία του ορίου είναι ότι, εφόσον δημιουργηθεί ένας λευκός νάνος, η μάζα του δεν είναι δυνατόν να είναι μεγαλύτερη από το όριο αυτό.

Το αντίστοιχο όριο μάζας για τους Αστέρες Νετρονίων ονομάζεται «**όριο Oppenheimer-Volkoff-Snyder**» ( $M_{OVS}$ ).<sup>13</sup> [1],[32] Η ακριβής τιμή του ορίου  $M_{OVS}$  δεν είναι σήμερα γνωστή, αφού δεν είναι ξεκαθαρισμένη η κατάσταση των σχετικιστικών νετρονίων και κατ'επέκτασιν και του μέσου μοριακού βάρους της ύλης των Αστέρων Νετρονίων. Έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές τιμές που βρίσκονται στο διάστημα  $0,7M_{\odot} < M_{OVS} < 3,2M_{\odot}$

Το όριο  $M_{OVS}$  είναι η οριακή τιμή για την εναπομείνουσα μάζα, ώστε μετά την κατάρρευσή του ένας αστέρας αρχικής μάζας  $3M_{\odot} < M < 10M_{\odot}$  να ισορροπεί σε έναν αστέρα νετρονίων.

Έχουν όμως παρατηρηθεί αστέρες πολύ μεγάλης μάζας ( $30 - 40M_{\odot}$ ). Τίθεται λοιπόν το ερώτημα: «τι θα συμβεί στην περίπτωση που ένας τέτοιος αστέρας και μετά τη βαρυτική του κατάρρευση διατηρεί μάζα μεγαλύτερη από  $3,2M_{\odot}$ ;» Στην περίπτωση αυτή η βαρυτική κατάρρευση δε σταματάει πουθενά, αφού δεν υπάρχει κανένας γνωστός μηχανισμός που να αντισταθμίσει την ολοένα αυξανόμενη βαρυτική πίεση. Αυτό συμβαίνει διότι δεν υπάρχουν γνωστές φυσικές δυνάμεις ικανές να αναχαιτίσουν τέτοιας τάξεως βαρύτητα. Ο αστέρας συνεχώς συρρικνώνεται κάτω από τη βαρυτική πίεση, η ένταση του πεδίου βαρύτητας και συνεπώς και η καμπύλωση του χωροχρόνου συνεχώς αυξάνουν, ενώ η ακτίνα του τείνει προς την ακτίνα βαρύτητάς του  $R_s$  (όπως θα δούμε στο κεφάλαιο 3). Τη χρονική στιγμή, κατά την οποία η ακτίνα του αστέρα γίνει ίση με την ακτίνα βαρύτητας, η ολοκληρωτική κατάρρευση είναι αναπόφευκτη και σε ελάχιστο χρόνο ολοκληρη η μάζα του συγκεντρώνεται στο σημείο  $r = 0$ , με αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας πραγματικής φυσικής ανωμαλίας του χωροχρόνου δηλαδή μιας **Μελανής Οπής**.<sup>[32]</sup>

<sup>13</sup>Προς τιμήν των φυσικών που απέδειξαν ότι Αστέρες Νετρονίων δύνανται να ισορροπούν, όταν η μάζα τους φθάνει μέχρι την τιμή  $M_{OVS} = 0,06 \left(\frac{hc}{G}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{m_p^2}$ .

